

внутри бесконечнаго ряда содержащихся одинъ въ другомъ промежутковъ, то имѣетъ мѣсто формула конечныхъ приращеній:

$$f(b) - f(a) = (b - a) \cdot f'(\xi).$$

Поэтому, если мы предположимъ, что $f(x)$ обладаетъ производной опредѣленнаго знака (хотя бы равной $+\infty$ или $-\infty$) во всѣхъ внутреннихъ точкахъ промежутка, то мы можемъ утверждать, что послѣдняя формула имѣетъ мѣсто какъ въ первомъ, такъ и во второмъ изъ единственно возможныхъ случаевъ.

Въ заключеніе этой замѣтки я хотѣлъ бы указать на то, что самое наименованіе теоремы о конечномъ приращеніи теоремой Лагранжа врядъ ли является исторически справедливымъ. Въ своей геометрической формѣ она была извѣстна уже В. Cavalieri (1635). Первое же строгое ея доказательство далъ, повидимому, Ossian Bonnet въ своихъ лекціяхъ въ Парижской Политехнической школѣ. Что касается Лагранжа, то послѣдній, стоя на совершенно иной точкѣ зрѣнія, разсматривалъ формулу конечныхъ приращеній, какъ слѣдствіе формулы Тейлора (ср. статью Voss-Molk'a по дифференціальному исчисленію во французскомъ изданіи „Математической Энциклопедіи“).

Распыленіе катода.

А. Фрумкина.

Когда электрическій разрядъ проходитъ черезъ разрѣженный газъ, стѣнки сосуда покрываются налетомъ металла, изъ котораго сдѣланъ катодъ, сначала прозрачнымъ, потомъ все болѣе плотнымъ и темнымъ, — происходитъ такъ называемое распыленіе катода („cathode disintegration“ „kathodenzerstörung“).

Это явленіе было замѣчено впервые въ серединѣ прошлаго столѣтія и описано Плюккеромъ (Plücker) и Гассіо (Gassiot), но не возбудило особеннаго интереса, пока Райтъ (Wright) и Кундтъ (A. Kundt) не обратили вниманіе на замѣчательныя оптическія свойства металлическихъ налетовъ, которые образуются при распыленіи. Ихъ работами начинается длинный рядъ изслѣдованій этого явленія, которыя можно раздѣлить на двѣ группы, смотря по тому, занимались ли они изученіемъ физическихъ свойствъ металлическихъ налетовъ или механизмомъ самого распыленія. Обратимся сначала къ работамъ первой группы.

Уже Кундтъ нашелъ, что эти налеты, если толщина ихъ настолько мала, что они пропускаютъ свѣтъ, помѣщенные между двумя

скрещенными николями, просвѣтляютъ поле зрѣнія подобно тѣламъ съ двойнымъ лучепреломленіемъ. Правильное объясненіе этого явленія было дано Брауномъ (F. Braun). Извѣстно изъ опытовъ Герца, что металлическая рѣшетка пропускаетъ электромагнитную волну, если направленіе электрическихъ колебаній нормально къ полосамъ рѣшетки, если же это направленіе параллельно полосамъ, волна частью отражается, частью поглощается. Вообразимъ себѣ теперь металлическую рѣшетку, столь тонкую и густую, что на пространствѣ одного миллиметра умѣщаются 10 — 100 тысячъ полосокъ. Такая рѣшетка будетъ дѣйствовать на свѣтовую волну, какъ Герцовская рѣшетка на электромагнитную; отраженный отъ нея свѣтъ будетъ поляризованъ въ плоскости, перпендикулярной полоскамъ, пропущенный же свѣтъ въ плоскости, параллельной къ нимъ.

Такого рода рѣшетчатой субмикроскопической структурой и обладаютъ по Брауну налеты распыленныхъ металловъ. Но если это предположеніе вѣрно, то эти налеты должны не только просвѣтлять зрительное поле между двумя скрещенными николями, но и пропускать свѣтъ въ различной степени въ зависимости отъ направленія плоскости поляризаціи падающаго свѣта, какъ это дѣлаетъ пластинка турмалина.

Это явленіе труднѣе наблюдать, однако, Брауну удалось, распыляя тонкую металлическую проволоку надъ стеклянной пластинкой сильнымъ разрядомъ получить налеты, обладающіе и этимъ свойствомъ въ высокой степени*). Наконецъ, новые (еще неопубликованные) опыты Брауна и его учениковъ надъ этими налетами вполне подтвердили, что причина наблюдаемыхъ оптическихъ свойствъ лежитъ только въ структурѣ налетовъ.

Въ связи съ структурой налетовъ находится и замѣчательная зависимость ихъ электропроводности отъ возраста, изслѣдованная Кольшютеромъ (V. Kohlschütter). Кольшютеръ нашелъ, что сопротивленіе свѣже приготовленныхъ налетовъ серебра достигаетъ значительныхъ размѣровъ, затѣмъ быстро падаетъ, остается нѣкоторое время у минимума, чтобы потомъ столь же быстро возрасти до безконечности. Привожу одинъ примѣръ изъ работы Кольшютера.

Время: 0, 5', 21', 45' 1^h15', 1^h20', 1^h35', 1^h37', 1^h42', 1^h45', 1^h48', 1^h52'. Сопротивленіе: 400, 250, 230, 220, 220, 240, 300, 330, 700, 890, 2200, ∞ омовъ. Скорость измѣненія сопротивленія растетъ съ температурой. По Кольшютеру въ средѣ металла съ теченіемъ времени происходитъ процессъ конденсаціи, т. е. маленькія частицы металла сливаются въ большія, которыя затѣмъ растутъ на счетъ окружающихъ. Вслѣдствіе этого сначала уменьшается число сопротивленій контакта и электропроводность растетъ, но при дальнѣйшемъ увеличеніи частицъ, въ виду ограниченности матеріала слой начинаетъ рваться въ нѣкоторыхъ мѣстахъ и сопротивленіе сильно возрастаетъ.

*) См. объ этомъ проф. Ф. Браунъ „Мои работы по беспроволочной телеграфіи и по электрооптикѣ“. Изд. „Mathesis“.

Измѣненіе характера кривой въ зависимости отъ давленія съ одной стороны и ультрамикроскопическія наблюденія съ другой, находятся въ полномъ согласіи съ этимъ объясненіемъ.

Теперь рассмотримъ второй вопросъ: что обуславливаетъ распыленіе катода при прохожденіи тока черезъ разрѣженный газъ? Что отрываетъ частички металла отъ его поверхности и бросаетъ ихъ въ пространство? Электрическій разрядъ въ разрѣженныхъ газахъ сопровождается, какъ извѣстно, цѣлымъ рядомъ побочныхъ явленій, какъ то: нагрѣваніе катода, измѣненіе давленія въ трубкѣ, всякаго рода химическія реакціи и т. д. Первые изслѣдователи приписывали причину распыленія этимъ процессамъ. Особенно распространень былъ взглядъ Гитторфа (Hittorf) и Видеманна (E. Wiedemann), что распыленіе есть простое испареніе подъ вліяніемъ низкаго давленія и высокой температуры катода. Однако, Гранквистъ (G. Granquist) нашелъ, что скорость распыленія не мѣняется при нагрѣваніи катода до ярко-краснаго каленія. Наконецъ, Гольдштейну (Goldstein) удалось въ 1902 г. доказать, что причина распыленія катода лежитъ въ самомъ электрическомъ разрядѣ, вѣрнѣе въ носителяхъ положительнаго заряда. Онъ замѣтилъ, что пучекъ открытыхъ имъ положительныхъ лучей очищаетъ поверхность позолоченной трубки, на которую онъ падаетъ отъ позолоты, т. е. тонкій слой металла распыляется. Тотъ же эффектъ, но въ гораздо меньшей степени, производятъ и катодные лучи. Опыты Гольдштейна были повторены и разработаны Кольшютеромъ и Штаркомъ (I. Stark). Кольшютеръ направлялъ пучокъ положительныхъ лучей, который образуется за катодомъ, сдѣланнымъ изъ тонкой латунной сѣтки (см. рис. 1) на металлическую пластинку *c*; черезъ нѣкоторое время стѣнка стеклянаго цилиндра *d*, окружавшаго пластинку, покрывалась металлическимъ налетомъ, т. е. пластинка распылялась. Кольшютеръ нашелъ, что при этихъ условіяхъ различные металлы распыляются съ очень различной скоростью (скоростью распыленія называется количество металла, распыленного въ одну секунду) скорѣе всѣхъ платины, медленнѣе всѣхъ алюминій; для одного и того же металла распыленіе въ воздухѣ гораздо сильнѣе распыленія въ водородѣ.

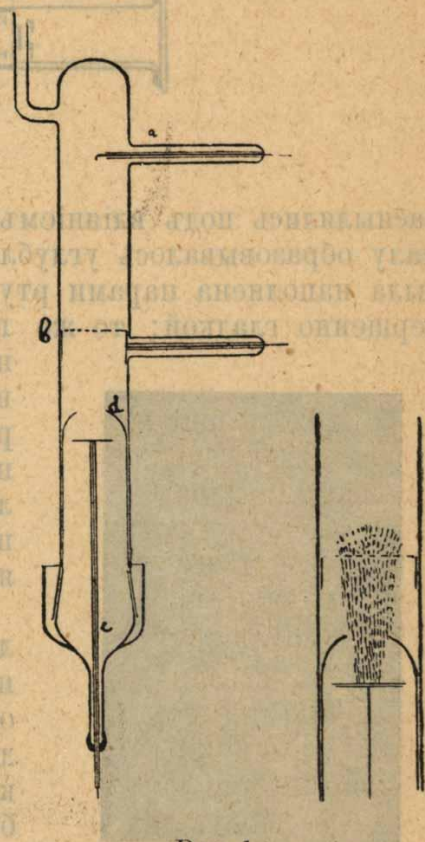


Рис. 1.

Нѣсколько иную форму имѣлъ аппаратъ Штарка (см. рис. 2). Пластика изъ испытываемаго вещества PP находится въ немъ непосредственно за катодомъ въ которомъ сдѣлано отверстіе въ 2 мм. въ діаметрѣ, такъ что на нее падаетъ очень сильный пучокъ положительныхъ лучей. Штаркъ изслѣдовалъ различные изоляторы, какъ поваренную соль, слюду, стекло, известковый шпатъ и др. Всѣ эти тѣла

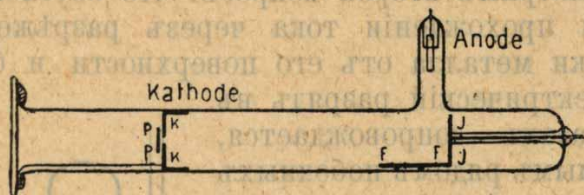


Рис. 2.

распылялись подъ вліяніемъ положительныхъ лучей, такъ что мало по малу образовывалось углубленіе по серединѣ пластинки. Если трубка была наполнена парами ртути, то поверхность выемки оставалась совершенно гладкой; то же происходило въ водородѣ при небольшомъ паденіи потенціала (меньше 5000 v). При высокомъ же паденіи потенціала въ водородѣ она покрывалась маленькими возвышеніями и кратерами, какъ видно изъ прилагаемаго снимка пластинки известкового шпата (см. рис. 3). Къ послѣднему обстоятельству мы еще вернемся.



Рис. 3.

Такимъ образомъ, мы видимъ, что положительные лучи распыляютъ самые разнообразныя вещества; но такъ же, какъ они дѣйствуютъ въ пространствѣ за катодомъ, они должны дѣйствовать и на самый катодъ, который постоянно подвергается ихъ бомбардировкѣ.

Конечно, электрическія явленія у катода не исчерпываются этимъ и нельзя съ увѣренностью утверждать, что другія явленія, какъ на примѣръ, испусканіе отрицательныхъ электроновъ не имѣютъ никакого вліянія на распыленіе катода. Однако, неизвѣстно ни одного факта, говорящаго въ пользу такого предположенія и въ настоящее время всѣми допускается, что распыленіе катода и распыленіе подъ вліяніемъ пучка положительныхъ лучей за катодомъ то же самое явленіе.

Для болѣе глубокаго знакомства съ механизмомъ распыленія было бы крайне важно знать зависимость скорости распыленія отъ массы и скорости положительныхъ лучей. Этотъ вопросъ могъ бы быть рѣшенъ наблюденіями надъ распыленіемъ подъ вліяніемъ пучка положительныхъ лучей определенной массы и скорости; къ сожалѣнію, если и удалось получить такіе пучки благодаря работамъ Томсона

(J. J. Thomson) распыленіе подѣ ихъ вліяніемъ идетъ слишкомъ медленно для количественныхъ измѣреній. Вслѣдствіе этого, до сихъ поръ ограничивались количественнымъ изслѣдованіемъ зависимости распыленія катода отъ условій разряда, т. е. силы тока, паденія потенціала у катода, природы газа, наполняющаго трубку и т. д. и изъ этихъ дать уже дѣлать выводы о вліяніи природы положительныхъ лучей. При этомъ допускалось, что кинетическая энергія положительно заряженныхъ частицъ пропорціональна катодному паденію потенціала по формулѣ $\frac{mv^2}{2} = \frac{eV}{300}$ (e — зарядъ частицы въ абс. электр. единицахъ, V — паденіе потенціала въ вольтахъ); далѣе, что число частицъ, падающихъ на катодъ, пропорціонально силѣ тока и наконецъ, что сами частицы тождественны съ молекулами или атомами газа, введеннаго въ трубку. Къ сожалѣнію, эти допущенія вѣрны только приблизительно, что до нѣкоторой степени обезцѣниваетъ все теоретическія выводы. Въ виду этого я не буду останавливаться подробно на методахъ изслѣдованія и только вкратцѣ изложу окончательные результаты.

Первыя количественныя измѣренія распыленія катода были произведены Круксомъ (W. Crookes): потомъ въ этой области работали Гранквистъ, Гольборнъ (L. Holborn) и Аустинъ (L. Austin), но точныя данныя удалось получить только въ послѣднее время Кольшюттеру, Тиндалю (A. M. Tyndall) и Хюгсу (H. G. Hughes). Вотъ въ общихъ чертахъ результаты ихъ работъ. Скорость распыленія катода зависитъ отъ природы металла, изъ котораго онъ сдѣланъ. „Рядъ возростающей распыляемости“ получается приблизительно слѣдующій: магній, алюминій, желѣзо, никель, мѣдь, родій, сурьма, иридій, палладій, платина, серебро, золото. Разница въ распыляемости различныхъ членовъ ряда очень велика; такъ золото распыляется въ семь разъ скорѣе никеля, распыляемость же алюминія и магнія настолько мала, что ее долго считали равной нулю*).

Въ общемъ, сильно электро-положительные металлы распыляются гораздо слабѣе другихъ, но точной зависимости между распыляемостью металла и его положеніемъ въ ряду Вольты не существуетъ.

Такъ какъ при прохожденіи тока черезъ газъ сила тока не пропорціональна разности потенціаловъ, то необходимо разсмотрѣть отдѣльно вліяніе этихъ двухъ факторовъ. При постоянномъ паденіи потенціала скорость распыленія пропорціональна силѣ тока, пока онъ очень слабъ (меньше одного мілліампера), потомъ растетъ нѣсколько медленнѣе. Сложнѣе зависимость скорости распыленія отъ паденія потенціала при постоянной силѣ тока. Какъ извѣстно, до тѣхъ поръ пока катодное сіяніе не покрываетъ весь катодъ, паденіе потенціала около катода сохраняетъ постоянное значеніе, которое не зависитъ ни отъ силы тока, ни отъ давленія. Эта величина, извѣстная подъ именемъ „нормальнаго катоднаго паденія потенціала“, колеблется для различныхъ газовъ между 100 и 300 в.

*) По этой причинѣ катоды рентгеновскихъ и плюккеровскихъ трубокъ дѣлаются всегда изъ алюминія.

Повидимому, при этом падении потенциала катодъ распыляется лишь въ очень слабой степени. Если затѣмъ увеличивать падение потенциала у катода, скорость распыления растетъ сначала очень медленно, потомъ быстрѣе и начиная приблизительно отъ 800 v . по прямой линіи. Въ этой области скорость распыления можно хорошо выразить формулой $P = k(v - s)$, гдѣ P — скорость распыления, v — падение потенциала, k и s — постоянныя, зависящія отъ природы газа и металла и силы тока. s равно для всѣхъ металловъ въ азотѣ и для большинства въ аргонѣ 570 v . Какъ я уже говорилъ, постоянная k приблизительно пропорціональна силѣ тока и очень мѣняется отъ металла къ металлу; кромѣ того, Кольшютеръ нашелъ, что k сильно растетъ съ плотностью газа, такъ что тотъ же самый металлъ при одинаковыхъ электрическихъ условіяхъ распыляется въ аргонѣ сильнѣе, чѣмъ въ азотѣ и въ азотѣ сильнѣе, чѣмъ въ водородѣ. Особенно сильно распыляются металлы въ тяжелыхъ благородныхъ газахъ, какъ криптонъ и ксенонъ.

Формула $P = k(v - s)$ остается вѣрной въ аргонѣ приблизительно до 2000 v ., въ азотѣ до 1600 v . При болѣе высокихъ потенциалахъ скорость распыления перестаетъ возрастать, вмѣстѣ съ тѣмъ все явленіе теряетъ равномерный характеръ и количественныя измѣренія дѣлаются невозможными. Въ водородѣ эти явленія появляются при еще болѣе низкихъ значеніяхъ потенциала, такъ что тутъ вообще не удалось найти точной количественной зависимости. Чтобы дополнить приведенные результаты, нужно еще упомянуть, что при прочих равныхъ условіяхъ распыленіе не зависитъ ни отъ давленія газа, ни отъ формы катода. Мы видимъ такимъ образомъ, что распыленіе катода находится въ очень сложной зависимости отъ условій разряда, такъ что о точной количественной теоріи въ настоящее время не можетъ быть и рѣчи и приходится удовольствоваться довольно грубой картиной распыленія, данной Штаркомъ.

Штаркъ предполагаетъ слѣдующее. Положительные лучи являются потокомъ частицъ, движущихся съ громадной скоростью ($10^7 - 10^8$ cm/sec). Встрѣчая поверхность твердаго тѣла, такая частица, — по Штарку „атомный лучъ“ — можетъ отдать ей часть своей кинетической энергіи. Благодаря этому, атомы металла, задѣтые частицей, приобрѣтутъ большую скорость въ направленіи ея движенія и отразившись отъ болѣе глубокихъ слоевъ металла могутъ вылетѣть въ окружающее пространство. Очевидно, что число такихъ атомовъ будетъ тѣмъ больше, чѣмъ больше „атомныхъ лучей“ падаетъ на металлъ, т. е. распыленіе будетъ пропорціонально силѣ тока.

Далѣе, Штаркъ предполагаетъ, что только тѣ задѣтые атомы металла могутъ преодолѣть притяженіе сосѣднихъ и покинуть поверхность, скорость которыхъ превышаетъ извѣстную величину. Вслѣдствіе этого число атомовъ, покидающихъ поверхность металла, растетъ вмѣстѣ со средней скоростью, которую они приобрѣтаютъ при столкновеніи. Штаркъ даетъ приблизительное вычисленіе этой скорости. Пусть m_g и m_k будутъ массы атомнаго луча и атома металла, v_{g_1} и v_{g_2} скорость атомнаго луча до и послѣ столкновенія, v_k — скорость которую

приобрѣтаетъ атомъ металла при столкновеніи. Тогда законъ сохраненія количества движенія даетъ уравненіе:

$$m_k v_k = m_g (v_{g1} - v_{g2}).$$

Принимая въ качествѣ перваго приближенія, что ударъ эластичный, т. е. что сумма кинетическихъ энергій до и послѣ удара не мѣняется, мы получаемъ:

$$m_k v_k^2 = m_g (v_{g1}^2 - v_{g2}^2).$$

Изъ этихъ двухъ уравненій легко вывести исключая v_{g2} , что

$$v_k = 2v_{g1} \frac{m_g}{m_g + m_k}.$$

Наконецъ, подставляя сюда значеніе кинетической энергій атомнаго луча

$$\frac{m v_{g1}^2}{2} = \frac{e V}{300}$$

мы получаемъ:

$$v_k = 2 \frac{V m_g}{m_g + m_k} \sqrt{\frac{2e V}{300}}.$$

Такимъ образомъ, скорость, приобретаемая атомомъ металла растетъ вмѣстѣ съ массой атомнаго луча (такъ какъ $m_g > m_k$) и съ катоднымъ паденіемъ потенциала, т. е. и тутъ теорія находится въ полномъ согласіи съ опытомъ. Если катодное паденіе потенциала будетъ настолько мало, что v_k меньше величины, необходимой для преодоленія притяженія сосѣднихъ атомовъ, распыленія совершенно не будетъ. Это объясняетъ отсутствіе распыленія при низкихъ паденіяхъ потенциала.

Но зависимость скорости распыленія отъ кинетической энергій этимъ не ограничивается: при большой энергій атомный лучъ сможетъ проникнуть въ металлъ глубже и число задѣтыхъ атомовъ увеличится, т. е. возрастетъ скорость распыленія, однако, нужно принять во вниманіе, что тѣ атомы которые атомный лучъ встрѣтитъ въ концѣ своей траекторіи, будутъ имѣть гораздо меньше шансовъ покинуть катодъ, чѣмъ лежавшіе на его поверхности. Благодаря этому скорость распыленія катода растетъ при очень высокихъ паденіяхъ потенциала медленно и наконецъ доходить до предѣльнаго значенія. Очевидно, что этотъ предѣлъ будетъ тѣмъ раньше достигнутъ, чѣмъ глубже проникаетъ въ катодъ атомный лучъ при данной кинетической энергій, т. е. чѣмъ меньше его объемъ. Такимъ образомъ, въ тяжелыхъ газахъ скорость распыленія еще будетъ возрастать въ области потенциаловъ, въ которой она уже не измѣняется въ легкихъ газахъ. Этими же соображеніями Штаркъ объясняетъ образованіе возвышеній на поверхности неметаллическихъ тѣлъ при дѣйствіи скорыхъ лучей водорода,

которые, проникая въ массу тѣла, теряютъ тамъ свою скорость и скопляются до тѣхъ поръ, пока ихъ давленіе не производитъ бугорокъ на поверхности тѣла; лучи ртути, обладающіе большою массою, и медленные лучи водорода, согласно съ теоріей, не даютъ этого эффекта.

Мы видимъ, что теорія Штарка въ общемъ даетъ удовлетворительное объясненіе явленій распыленія. Пока нѣтъ точныхъ опытовъ надъ распыленіемъ подъ вліяніемъ пучка положительныхъ лучей определенной массы и скорости, врядъ ли удастся глубже проникнуть въ механизмъ этого интереснаго явленія.

С Ъ Ъ З Д Ы.

Первый Конгрессъ по философіи математики *).

(Парижъ, 6 — 8 апр. 1914 г.).

Проф. А. Реймонда (пер. съ французскаго).

Первый Конгрессъ математической философіи, происходившій въ Парижѣ отъ 6 до 8 апрѣля 1914 г., состоялся какъ продолженіе Международной Конференціи преподаванія математики, подъ покровительствомъ Французскаго Философскаго Общества. Засѣданія происходили въ Сорбоннѣ подъ предсѣдательствомъ Ксавье Леона (Leon), редактора журнала „Revue de Metaphysique et de Morale“ и главнаго организатора Съѣзда.

Въ воскресенье 5 апрѣля, въ 4 часа дня, г-нъ и г-жа Леонъ устроили весьма сердечный пріемъ членамъ Конгресса, которые получили при этомъ возможность познакомиться другъ съ другомъ.

Въ понедѣльникъ утромъ Съѣздъ открылся общимъ засѣданіемъ подъ предсѣдательствомъ Эмиля Бутру (Boutroux), члена Института и почетнаго президента Конгресса.

К. Леонъ изложилъ прежде всего, какимъ образомъ возникъ этотъ Съѣздъ философовъ и математиковъ.

Въ своей вступительной рѣчи Э. Бутру началъ съ того, что назвалъ имя своего двоюроднаго брата Анри Пуанкаре, память о которомъ живетъ во всѣхъ сердцахъ; именемъ этой дорогой памяти Бутру привѣтствуетъ участниковъ Конгресса. Затѣмъ онъ обрисовалъ связь между философіей и точными науками, въ частности, математикой. Эту рѣчь, замѣчательную богатствомъ и широтою взглядовъ, онъ заключилъ слѣдующимъ образомъ: „философія, какъ показываетъ ея исторія, можетъ развиваться лишь при самомъ тѣсномъ соприкосновеніи съ точными науками; но, чтобы выполнить свою мис-

*) Труды и доклады конгресса будутъ напечатаны въ отдѣльной книжкѣ журнала „Revue de Metaphysique et de Morale“.