

В. Г. ЛЕВИЧ

## ТЕОРИЯ КОАГУЛЯЦИИ КОЛЛОИДОВ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ

(Представлено академиком А. Н. Фрумкинѣм 17 VII 1954)

Коагуляция коллоидов и аэрозолей, а также частиц в облаках и туманах весьма часто происходит в условиях более или менее энергичного размешивания среды — жидкости или газа. Поэтому представляет интерес вычисление влияния турбулентного перемешивания на скорость процесса коагуляции. Еще М. Смолуховским (1) был рассмотрен вопрос о влиянии движения жидкости на коагуляцию взвешенных в ней коллоидных частиц. Смолуховский ограничился случаем ламинарного течения вдоль плоской стенки. На практике, однако, коагуляция коллоидов и аэрозолей происходит обычно в турбулентном потоке.

Попытка учесть влияние турбулентности была сделана в работе Виганда и Франкенбергера (2), которые без каких-либо оснований положили эффективный градиент скорости в турбулентном потоке равным  $\bar{V}/4$ , где  $\bar{V}$  — средняя скорость потока.

Позднее вопрос о влиянии турбулентности на скорость коагуляции рассматривался в работах Н. Н. Туницкого (3) и Е. Н. Теверовского (4). В работе Н. Н. Туницкого справедливо указывалось, что для нахождения коагулирующего действия турбулентного потока необходимо оценить среднее значение градиента скорости потока для пульсаций масштаба  $\lambda < \lambda_0$ , где  $\lambda_0$  — внутренний масштаб турбулентности. Однако в приведенное Туницким выражение для среднего градиента скорости вкрались неточности (формула (3) (3)), и оно не может быть использовано для количественного анализа вопроса о влиянии турбулентности на коагуляцию. В работе Е. Н. Теверовского рассматривается взаимная турбулентная диффузия аэрозольных частиц, взвешенных в турбулентном потоке. При этом Теверовский полагает, что основное диффузионное сопротивление представляет область расстояний до частицы больших по сравнению с внутренним масштабом турбулентности. В действительности, однако, как это будет показано ниже, основное турбулентное сопротивление представляет область расстояний малых по сравнению с  $\lambda_0$ .

В дальнейшем мы будем исходить из следующих допущений:

1) Размер или радиус коагуляции частиц  $R$  мал по сравнению с внутренним масштабом турбулентности  $\lambda_0$ . Это условие выполнено во всех практически встречающихся случаях размешивания.

2) Имеет место полное увлечение коллоидных частиц турбулентными пульсациями того масштаба, который, в основном, ответствен за встречи частиц. Это предположение выполнено в случае коллоидных частиц в жидкой среде, когда плотности частиц и среды близки между собой. В случае аэрозолей такое предположение недопустимо, и необходимо учитывать влияние инерционных эффектов. Для

нахождения скорости коагуляции выделим мысленно некоторую частицу, поместив в ней начало координат, и вычислим диффузионный поток на эту частицу. В условиях турбулентного перемешивания, наряду с броуновской диффузией частиц, их перенос осуществляется турбулентными пульсациями.

Уравнение стационарной диффузии к поверхности сферической частицы гласит:

$$r^2 j = D_* r^2 \frac{\partial c}{\partial r} = \text{const}, \quad (1)$$

где  $D_*$  — эффективный коэффициент диффузии, равный

$$D_* = D_{\text{турб}} + D; \quad (2)$$

здесь  $D$  — коэффициент броуновской диффузии частиц и  $D_{\text{турб}}$  — коэффициент турбулентной диффузии.

Для коэффициента турбулентной диффузии, связанной с пульсацией масштаба  $\lambda$ , можно написать

$$D_{\text{турб}} \sim v_\lambda \lambda,$$

где  $v_\lambda$  — скорость жидкости, совершающей пульсационное движение масштаба  $\lambda$ .

Как известно (5),

$$v_\lambda = (\varepsilon \lambda)^{1/2} \quad \text{при } \lambda > \lambda_0;$$

$$v_\lambda = \alpha \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} \lambda \quad \text{при } \lambda < \lambda_0,$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость и  $\varepsilon$  — основная характеристика турбулентного потока, представляющая диссипацию энергии в  $1 \text{ см}^3$  жидкости за 1 сек., отнесенную к единице плотности жидкости:

$$\varepsilon = \frac{(\Delta V)^3}{L} \sim \frac{\nu^3}{\lambda_0^4}, \quad (3)$$

где  $\Delta V$  — скорость крупномасштабных пульсаций масштаба  $L$  и внутренний масштаб турбулентности  $\lambda_0 = L / \text{Re}^{3/4}$ ,  $\text{Re}$  — числа Рейнольдса потока.

Поэтому

$$D_{\text{турб}} = \begin{cases} \alpha \varepsilon^{1/2} \lambda^{1/2}, \\ \beta \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} \lambda^2, \end{cases} \quad (4)$$

$$(4a)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — постоянные числовые множители, значения которых не могут быть определены теоретически.

Рассмотрим прежде всего коагуляцию частиц, для которых радиус коагуляции  $R$  удовлетворяет неравенству

$$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} R^2 > D. \quad (5)$$

Тогда коэффициент турбулентной диффузии всегда превышает коэффициент броуновской диффузии и можно считать, что  $D_* \cong D_{\text{турб}}$ .

Подставляя значение  $D_* = D_{\text{турб}}$  в (1) и интегрируя его при граничных условиях

$$1) c_0 \rightarrow c \quad \text{при } r \rightarrow \infty,$$

$$2) c \rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow R,$$

$$3) c \text{ непрерывна всюду,}$$

находим после несложных выкладок для потока частиц на 1 см<sup>2</sup> поверхности сферы коагуляции:

$$j \cong \beta \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} R c_0. \quad (6)$$

При этом с точностью до величины  $R^3/\lambda_0^3$  можно пренебречь изменением концентрации в области  $r > \lambda_0$ . Результат этот физически очевиден — взаимное перемещение объемов жидкости больших по сравнению с  $\lambda_0$  не может привести к встречам частиц, размеры которых малы по сравнению с  $\lambda_0$ .

Турбулентные пульсации поддерживают постоянной концентрацию частиц в области  $\lambda > \lambda_0$ , и диффузионное сопротивление этой области мало. Величина диффузионного потока определяется диффузионным сопротивлением области  $\lambda < \lambda_0$ . Может показаться странным, что в выражение для потока частиц  $j$  не входит коэффициент броуновской диффузии  $D$ . Необходимо подчеркнуть, что (6) выведено для частиц, у которых выполняется неравенство (5). При выполнении обратного неравенства

$$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} R^2 \ll D$$

существует область расстояний  $r < \left[ D \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \right]^{1/2}$ , в которой броуновская диффузия преобладает над турбулентной. В этом случае простой расчет показывает, что

$$j \cong \frac{D c_0}{R [1 + R^3 / (D \sqrt{\nu/\varepsilon})^3]} \cong \frac{D c_0}{R},$$

что совпадает с выражением для потока в неподвижной среде. В этом случае основное диффузионное сопротивление лежит в области  $r < \left( \sqrt[4]{\nu D^2 / \varepsilon} \right)$ .

Полный поток частиц на поверхность сферы радиуса  $R$  равен

$$I = 4\pi R^2 j$$

и полное число актов коагуляции в единице объема за 1 сек.

$$N_{D_{\text{турб}}} = 4\pi\beta R^3 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} c_0^2 \sim \frac{4\pi\beta R^3 \nu c_0^2 \text{Re}^{1/2}}{L^2}. \quad (7)$$

Формула (7) показывает, что  $N_{D_{\text{турб}}}$  весьма быстро растет с увеличением радиуса коагуляции  $R$ . Число актов коагуляции пропорционально  $\sqrt{\varepsilon}$  и, следовательно, возрастает со скоростью потока  $V$  как  $V^{1/2}$ .

В неподвижной среде число коагуляций в единице объема за 1 сек. равно

$$N_D = 8\pi R c_0^2 D.$$

Составим отношение

$$N_{D_{\text{турб}}} : N_D \cong \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} \frac{R^2}{D}.$$

Для воды при комнатной температуре

$$N_{D_{\text{турб}}} : N_D \sim 5 \cdot 10^{13} \sqrt{\varepsilon} R^3 \quad (R \text{ в см}).$$

Турбулентное перемешивание становится главным источником коагуляции, если  $N_{D_{\text{турб}}} > N_D$  или

$$R^3 > V \sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}} D,$$

что совпадает, очевидно, с условием (5).

В обычных условиях размешивания жидкости  $\epsilon$  довольно велико и легко может достигать значений  $10^3$ — $10^4$ . Например, при движении жидкости вдоль стенки в трубке радиусом 5 см при шероховатости поверхности 0,1 см  $\epsilon = 10^{-3} V^3$ , где  $V$  — скорость в центре трубки, так что  $\epsilon \sim 10^3$  при  $V \sim 10^2$  см/сек. При таких значениях  $\epsilon$  турбулентный механизм коагуляции в жидкости преобладает над броуновской диффузией для частиц, размер которых превышает  $10^{-5}$ — $10^{-6}$ .

Разобранный механизм коагуляции может играть роль у аэрозолей, так как коэффициент диффузии частиц в воздухе примерно в  $10^4$  раз больше, чем в воде, и при данном  $\epsilon$  турбулентная диффузия становится больше броуновской только для частиц размером порядка  $10^{-3}$ — $10^{-4}$  см.

Теория коагуляции аэрозолей будет рассмотрена в другой работе.

Полученные соотношения позволяют сделать общий качественный вывод о существенном влиянии размешивания раствора на коагуляцию коллоидных частиц и о быстром росте скорости коагуляции с увеличением скорости потока и в особенности с ростом размеров частиц. Последнее обстоятельство приводит, как было показано еще Смолуховским, к существованию латентного периода.

Эти общие качественные выводы находятся в согласии с опытными данными. Поскольку последние не имеют количественного характера, провести детальное сравнение теории с экспериментом не представляется возможным.

Выражаю благодарность А. М. Обухову за дружеское обсуждение результатов данной работы.

Поступило  
17 VII 1954

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. Смолуховский, Сборн. Броуновское движение, 1936. <sup>2</sup> A. Wiggand, E. Frankenberger, Phys. Zs., 31, 204 (1930). <sup>3</sup> Н. Н. Туницкий, ЖФХ, 20, 1137 (1946). <sup>4</sup> Е. Н. Теверовский, Сборн. Новые идеи в области изучения аэрозолей, Изд. АН СССР, 1949, стр. 108. <sup>5</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, 1953.