Доклады Академии Наук СССР
1954. Том XCIX, № 6

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. Г. ЛЕВИЧ

ТЕОРИЯ КОАГУЛЯЦИИ И ОСАЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ГАЗА. О КОЭФФИЦИЕНТЕ УЛАВЛИВАНИЯ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ

(Представлено академиком А. Н. Фрумкиным 17 VII 1954)

В предыдущей заметке [1] была развита теория коагуляции, связанная с переносом частиц турбулентным потоком жидкости (турбулентной диффузией). Как будет показано ниже, в газе имеется другой и, вообще говоря, более мощный источник коагуляции частиц*.

Рассмотрим частицу аэрозоля или капельку жидкости, взвешенную в турбулентном потоке. Пусть $\mathbf{v}$ — скорость, R — радиус частицы, ρ — ее плотность, ρ_0 — плотность газа и $\mathbf{v}_0$ — вектор скорости газа в том месте, где находится частица.

Напишем уравнение движения частицы, взвешенной в турбулентном потоке. Если бы частица полностью увлекалась турбулентным потоком, так что $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$, то на частицу действовала бы такая же сила, как и на газ. Если V — объем частицы, то при полном увлечении на нее действовала бы полная сила $\mathbf{F}_0 = \rho_0 V d\mathbf{v}_0/dt$. При неполном увлечении поток будет обтекать частицу, так что частица будет обладать относительной скоростью $\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$. При этом движении частица будет испытывать силу сопротивления $\mathbf{F}_{\text{сопр}}(\mathbf{u})$. Поэтому на не вполне увлекающуюся частицу будет действовать сила $\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_{\text{сопр}}$, и уравнение ее движения имеет вид

$$\rho V \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho_0 V \frac{d\mathbf{v}_0}{dt} + \mathbf{F}_{\text{сопр}}(\mathbf{u}).$$

Вводя относительную скорость, получаем ([2], стр. 140):

$$\rho V \frac{d\mathbf{u}}{dt} = (\rho - \rho_0) V \frac{d\mathbf{v}_0}{dt} + \mathbf{F}_{\text{сопр}}(\mathbf{u}). \tag{1}$$

Рассмотрим частицы, размер которых мал по сравнению с внутренним масштабом турбулентности λ_0. Такие частицы будут полностью увлекаться крупномасштабными ($\lambda > \lambda_0$) пульсациями, но обтекаться мелкомасштабными ($\lambda < \lambda_0$) пульсациями.

Турбулентное движение внутри масштаба λ_0 представляет движение с постоянными не зависящими от масштаба периодами $T \sim \lambda_0 / v_{\lambda_0}$ (так как здесь в уравнениях Навье—Стокса квадратичные члены малы и взаимодействие между пульсациями прекращается). Ускорение пульсаций масштаба $\lambda < \lambda_0$ равно

$$w_0 = \frac{dv_0}{dt} \sim \frac{v_{\lambda_0}^2}{\lambda_0} \sim \frac{v_{\lambda_0}}{T} \sim \frac{\varepsilon^{3/4}}{\nu^{1/4}}, \tag{2}$$

* Под газом мы понимаем несжимаемую среду с плотностью существенно меньшей, чем плотность взвешенных частиц.

где $\varepsilon = \nu^3 / \lambda_0^4 \sim (\Delta V_0)^3 / L$ — мощность, диссипируемая в единице массы газа, $\Delta \mathbf{V}_0$ и L — скорость и масштаб крупномасштабных пульсаций.

А. М. Ягломy, на основании теории изотропной турбулентности А. Н. Колмогорова, удалось вычислить числовой коэффициент в (2), который оказался равным $\sqrt{3}$ ([3]).

Для относительного ускорения частицы можно написать по порядку величины

$$\frac{du}{dt} \sim \frac{u}{T},$$

так что

$$\rho V \frac{u v_{\lambda_0}}{\lambda_0} \sim (\rho - \rho_0) V \frac{v_{\lambda_0}^2}{\lambda_0} - \alpha \rho_0 \nu R u,$$

где α — числовой коэффициент, равный 6π для сферической частицы, ν — кинематическая вязкость газа.

При $u \ll v_{\lambda_0}$ движение частицы имеет квазистационарный характер, определяемый условием

$$\sqrt{3}(\rho - \rho_0) V w_0 \sim \alpha \rho_0 \nu R u,$$

откуда для случая сферической частицы и при $\rho \gg \rho_0$:

$$u = \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} \frac{R^2 \varepsilon^{3/4}}{\nu^{5/4}} \simeq \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\varepsilon^{3/4} R^2}{\nu^{5/4}}. \tag{3}$$

Таким образом, средняя относительная скорость частицы при $R \ll \lambda_0$ оказывается не зависящей от масштаба турбулентных пульсаций и пропорциональной разности плотностей и квадрату радиуса частицы. При этом $u \ll v_{\lambda_0}$, если имеет место неравенство $R^2 v_{\lambda_0} / \nu \lambda_0 \frac{\rho}{\rho_0} \sim$ $\sim R^2 / \lambda_0^2 \frac{\rho}{\rho_0} \ll 1$.

Поскольку средняя скорость жидкости относительно частицы зависит от ее размеров, происходит перемещение мелких частиц по отношению к тяжелым.

Очевидно, что на частицу радиуса R попадают за 1 сек. все частицы радиуса r, которые лежат в цилиндре радиуса $(R + r)$ и высотой пропорциональны $(R^2 - r^2)$. Число встреч в единицу времени в 1 см^3 (число актов коагуляции)

$$N_{w_0} = \pi \overline{(R + r)^2 (R^2 - r^2)} \frac{2}{9} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{w_0 c_0^2}{\nu}, \tag{4}$$

где усреднение производится по распределению частиц аэрозоля по размерам. Для вычисления этого среднего необходимо задаться конкретной функцией распределения по размерам.

При любой функции распределения $\overline{(R + r)^2 (R^2 - r^2)} = \beta (\overline{R})^4$, где $\overline{R}$ — средний размер частиц и β — числовой коэффициент. Поэтому

$$N_{w_0} = \frac{2\pi\beta}{9} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{(\overline{R})^4}{\nu} w_0 c_0^2 \simeq \frac{2\pi\sqrt{3}\beta}{9} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{(\overline{R})^4 \varepsilon^{3/4} c_0^2}{\nu^{5/4}}. \tag{5}$$

Число актов коагуляции растет со средней скоростью V_0 потока как $V_0^{9/4}$.

Составим отношение числа актов коагуляции в 1 см^3 в 1 сек., обусловленных турбулентным перемешиванием и броуновской диффузией (последнее дается известной формулой Смолуховского):

$$\frac{N_{w_0}}{N_D} = \frac{2\pi\sqrt{3}\beta}{9} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{(\overline{R})^4 \varepsilon^{3/4} c_0^2}{\nu^{5/4}} : 4\pi \overline{R} D c_0^2 \simeq$$

$$\simeq \frac{\sqrt{3}}{18} \beta \frac{\rho}{\rho_0} \frac{(\overline{R})^3 \varepsilon^{3/4}}{\nu^{5/4} D} \sim \beta \cdot 10^{10} \frac{(\overline{R})^4}{\lambda_0^3}. \tag{6}$$

При этом мы воспользовались тем, что $v_{\lambda_0}\lambda_0/\nu \sim 1$ и $D \sim \nu(\overline{R}/d)^{-1}$, где d — величина порядка молекулярных размеров. В обычных условиях размешивания (см. ниже) $\lambda_0 \sim 10^{-1} - 10^{-2}$. Поэтому $N_{w_0} > N_D$ для частиц, размер которых превышает $5 \cdot 10^{-6} - 10^{-5}$ см.

Сравним еще вычисленное значение числа актов коагуляции с найденным в предыдущей заметке, обусловленным турбулентной диффузией. Сравнивая (5) и (7) указанной заметки, находим:

$$\frac{N_{w_0}}{N_{D_{\text{турб}}}} \sim \frac{\rho}{\rho_0} \frac{R}{\lambda_0}. \tag{7}$$

При $\lambda_0 \sim 10^{-1} - 10^{-2}$, $N_{w_0} > N_{D_{\text{турб}}}$ для частиц размером $\overline{R} > 10^{-4} - 10^{-5}$. Поэтому для таких аэрозольных частиц разобранный здесь механизм встреч обеспечивает основное число актов коагуляции. Более мелкие частицы аэрозоля коагулируют при обычных условиях движения газа в результате броуновской диффузии. Исключение составляют специальные случаи, к рассмотрению которых мы и перейдем.

1. Наличие в потоке газа крупных частиц или капель, улавливающих частицы аэрозоля. В этом случае газ, несущий мелкие аэрозольные частицы, обтекает крупные частицы со скоростью u, если только размер крупных частиц еще мал по сравнению с λ_0.

Согласно вычислениям Лэнгмюра [4], получившим дальнейшее существенное усовершенствование в работе Л. М. Левина [5], частицы весьма малого размера ($R < 2 - 8 \cdot 10^{-4}$ см) не захватываются на частицах размером меньше, чем $15 - 300 \cdot 10^{-4}$ см по чисто гидродинамическим причинам. При этом совершенно не учитывается броуновская диффузия частиц в потоке газа, которая может иметь весьма существенное значение для достаточно мелких частиц аэрозоля.

Рассмотрим конвективную диффузию на частицу радиуса $R < \lambda_0$, взвешенную в турбулентном потоке. Радиус аэрозольных частиц $r \ll R$. Скорость движения газа по отношению к большой частице u будет меньше, чем v_{λ_0}, и, следовательно, соответствующее число Рейнольдса для потока газа $\mathrm{Re} = uR/\nu < 1$. Однако число Пекле, характеризующее диффузионный процесс частиц аэрозоля равно $\mathrm{Pe} = uR/D \gg 1$, благодаря малости коэффициента броуновской диффузии D.

Диффузионный поток на поверхности сферы радиуса R в условиях конвективной диффузии при $\mathrm{Re} < 1$ и $\mathrm{Pe} \gg 1$ был вычислен нами ранее ([2], стр. 66) в общем случае потока, движущегося мимо частицы со скоростью u:

$$I \simeq 8 D^{2/3} u^{1/3} R^{4/3} c_0. \tag{8}$$

Число актов коагуляции в единице объема в единицу времени

$$N = I n_0, \tag{9}$$

где n_0 — число крупных частиц в единице объема.

Для сопоставления данного результата с вычислениями Лэнгмюра удобно определить эффективный коэффициент захвата как отношение конвективного диффузионного потока к тому потоку, который имел бы место при чисто гидродинамической картине движения и отсутствии эффекта Лэнгмюра:

$$E^* = \frac{I}{\pi R^2 u c_0} \sim 3 \left(\frac{D}{\nu}\right)^{2/3} \frac{1}{\mathrm{Re}^{2/3}}. \tag{10}$$

Величина E^* может быть сопоставлена с эффективностью захвата по Лэнгмюру. Приведем две числовые оценки. При $\varepsilon \sim 10$, $R \sim 10^{-2}$ см, $\mathrm{Re} \sim {}^1/_2$, $r \sim 10^{-5}$ см $E^* \sim {}^1/_{10}$; при $\varepsilon \sim 1$, $R \sim 10^{-2}$ см, $\mathrm{Re} \sim {}^1/_{10}$, $r \sim 10^{-4}$ см $E^* \sim 0{,}06$. Мы видим, что вследствие броуновской диффузии на большой частице оседают малые частицы. При этом процент захваченных частиц, определяемый при данном R и характеристике турбулентного потока, зависит от значения $D^{2/3}$. Для малых частиц он может быть довольно значительным. Смысл рассматриваемого эффекта ясен — за время гидродинамического прохождения вблизи большой частицы броуновское движение малой частицы успевает приблизить ее к поверхности большой частицы, хотя при чисто гидродинамическом обтекании малая частица была бы отклонена от поверхности.

2. Оседание частиц аэрозоля на твердых поверхностях. При движении турбулентного потока вдоль твердых поверхностей должно происходить оседание взвешенных в потоке частиц аэрозоля. Этот эффект имеет своим источником: 1) турбулентную диффузию частиц, взвешенных в потоке, к поверхности; 2) коагуляцию частиц. Поток аэрозольных частиц на обтекаемое тело может быть вычислен по общей формуле для потока вещества при конвективной диффузии в условиях $\mathrm{Re} \gg 1$ и $\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{D} \gg 1$. Оба эти условия выполнены для рассматриваемого случая. Такое вычисление было проведено нами ранее в общем случае ([2], стр. 121). При этом

$$I \sim \frac{1}{10} \sqrt{K_f} c_0 V_0 S \left(\frac{D}{\nu}\right)^{3/4}, \tag{11}$$

где V_0 — средняя скорость потока, K_f — коэффициент гидродинамического сопротивления тела и S — его площадь.

Этот эффект может быть осложнен интенсивной коагуляцией частиц из-за наличия вблизи обтекаемого тела больших ускорений в турбулентном потоке [6]. При больших V_0, на малых расстояниях до поверхности, w_0 легко достигает весьма больших значений ($w_0 \sim 10^3 - 10^4$ см/сек^2), что и может приводить к значительной коагуляции. Более детальный расчет может быть произведен без труда.

В заключение следует отметить, что рассмотренный здесь механизм коагуляции в поле турбулентных ускорений сходен с теорией гравитационной коагуляции, предложенной впервые Я. И. Френкелем и Н. С. Шишкиным [7,8], а также Лэнгмюром [4]. В турбулентном потоке оседания частиц не происходит, если скорость их падения в поле тяжести мала по сравнению с характерной скоростью турбулентных пульсаций (что всегда имеет место для аэрозолей). Исключение может составить лишь область весьма малых расстояний до горизонтальной твердой поверхности, где турбулентное движение жидкости заторможено.

Поступило
17 VII 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Г. Левич, ДАН, 99, № 5 (1954). [2] В. Г. Левич, Физико-химическая гидродинамика, Изд. АН СССР, 1952. [3] А. М. Яглом, ДАН, 67, № 5 (1949). [4] И. Лэнгмюр, Физика образования осадков, ИЛ, 1951, стр. 147. [5] Л. М. Левин, ДАН, 96, № 6, 1329 (1953). [6] А. М. Обухов, А. М. Яглом, Прикладн. матем. и мех., 15, в. 1, 3 (1951). [7] Я. И. Френкель, Н. С. Шишкин, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 10, № 4, 301 (1946). [8] Н. С. Шишкин, Осадки, облака и туманы, 1954.